

# Das $J, \lambda$ -Diagramm, ein neues Hilfsmittel zur Berechnung von Gasturbinenprozessen

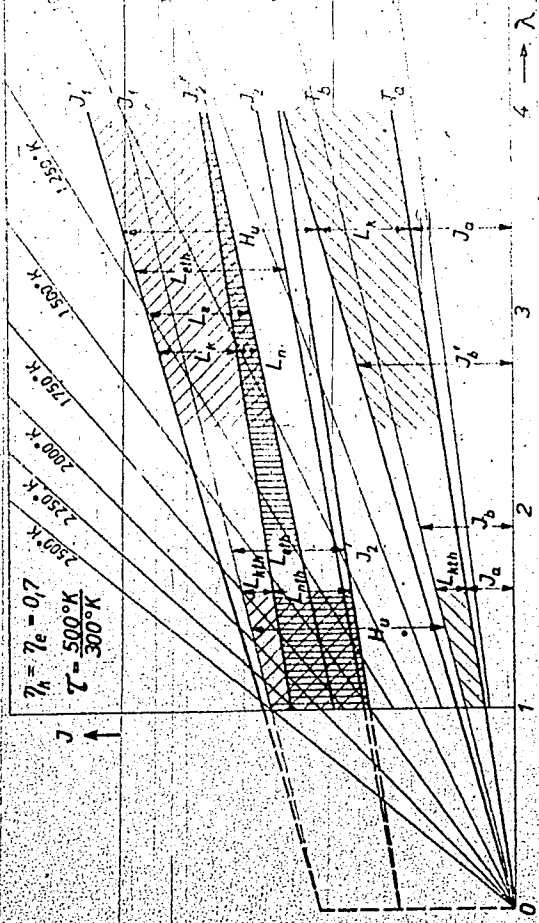
Von Ernst Schmidt

## Einleitung

Bei Gasturbinenprozessen muß man bei erhöhtem Luftüberschuß verbrennen, um die Temperatur der Gase auf ein für Turbinenschaufeln noch erträgliches Maß zu vermindern. Zur Drosselung der Leistung gibt man weniger Kraftstoff, was wieder den Luftüberschuß erhöht. Damit steigt der zum Verdichten der Luft erforderliche Bruchteil der Turbinenleistung, und der Wirkungsgrad nimmt ab. Die Ermittlung der Wirkungsgrade des Prozesses und der Leistungen von Gasturbine und Verdichter erfordert dabei umfangreiche und wenig durchsichtige Rechnungen, wenn man die Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärmen der Gase berücksichtigen will. Im folgenden wird ein Hilfsmittel beschrieben, das den Überblick erleichtert und die Rechenarbeit wesentlich abkürzt.

## Das $J, \lambda$ -Diagramm bei konstanten spezifischen Wärmen

Zur Veranschaulichung der Leistungsverhältnisse, der Gastemperaturen und der Wirkungsgrade einer aus Verdichter, Brennkammer und Turbine bestehenden Kraftanlage bei verschiedenem Luftüberschuß ist ein  $J, \lambda$ -Diagramm zweckmäßig, in dem die Enthalpie  $J$  des Arbeitsmittels für verschiedene Temperaturen über dem Luftverhältnis  $\lambda$  aufgetragen ist. Um uns mit der neuen Darstellungsart vertraut zu machen, entwickeln wir sie zunächst unter der bei der elementaren Behandlung von Gasmaschinenprozessen gewöhnlich gemachten Voraussetzung eines während des ganzen Vorganges chemisch unveränderten Arbeitsmittels konstanter spezifischer Wärme. Wir nehmen also an, daß die Verbrennungswärme der Luft etwa von außen zugeführt wird und an Stelle des Ausströmens der Abgase ins Freie, die Wärme nach Abzug des in Arbeit verwandelten Teiles, wieder abgeführt wird. Da der Heizwert gewöhnlich auf 1 kg Kraftstoff bezogen ist, gehen wir die Enthalpie für die Luftmenge  $\lambda Q_{mit}$  an. Dabei ist  $Q_{mit}$  in kmol/kg die zur stöchiometrischen



$$\gamma_e = 0.7$$

$$T = \frac{500^\circ\text{K}}{300^\circ\text{K}}$$

Abb. 3

J, λ Diagramm bei Annahme konstanter spezifischer Wärmen

Verrechnung von Heizkraft mit erforderlicher Mindestluftmenge und das Luftverhältnis oder die Luftüberschußzahl. Für die Luftmenge der Luftmenge  $V_{st}$  kann man dann schreiben

$$J = V_{st} \cdot c_p \cdot T = C_p \cdot T,$$

wobei  $T$  die absolute Temperatur,  $c_p$  die Molwärme und  $C_p$  die Wärmekapazität der stöchiometrischen Luftmenge bedeuten. Diese Gleichung ist in dem  $J, \lambda$ -Diagramm der Abbildung 1 dargestellt. Die Linien  $T = \text{Konst}$  bilden dabei ein Geradenbündel, das vom Punkt  $\lambda = 0$  der waagerechten Achse anstrahlt und das auf der Senkrechten  $\lambda = 1$  die Enthalpie der stöchiometrischen Luftmenge  $V_{st}$  abschneidet.

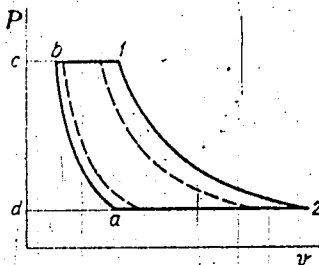


Abb. 2  
Gasturbinenprozess im  $P, V$ -Diagramm

In diesem Diagramm wollen wir nun einen Gasturbinenprozess betrachten, dessen  $Pv$ -Diagramm Abbildung 2 zeigt, dabei ist  $ab$  die Kompressionslinie und  $12$  die Expansionslinie. Für die durch Fläche  $abcd$  dargestellte Kompressionsarbeit gilt

$$L_k = J_b - J_a = C_p \lambda (T_b - T_a), \quad (2)$$

für die der Fläche  $12dc$  entsprechende Expansionsarbeit

$$L_c = J_1 - J_2 = C_p \lambda (T_1 - T_2). \quad (3)$$

Bei verlustlosen Maschinen mit adiabatischem Verlauf der Zustandsänderungen gilt für die Temperaturen und Drücke

$$\frac{T_b}{T_a} = \frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{P_b}{P_a} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \tau, \quad (4)$$

wobei der Buchstabe  $\tau$  als Abkürzung eingeführt ist.

<sup>1)</sup> »Luftüberschußzahl« ist insofern eine irreführende Bezeichnung, als sie den Wert 1 hat, wenn kein Luftüberschuß vorhanden ist; ich habe daher das Wort »Luftverhältnis« dafür vorgeschlagen.

Bei der Verbrennung wächst die Enthalpie nach der Heizwert  $H_w$  nach der Gleichung

$$J_2 = J_1 + H_w \quad (5)$$

wenn  $\theta$  die durch den Heizwert hervorgerufene Temperaturerhöhung der stöchiometrischen Luftmenge bedeutet.

In Abbildung 1 gibt die Gerade  $T_2$  in Abhängigkeit vom Luftverhältnis  $\lambda$  die Anfangsenthalpie  $J_2$  an, die die Luft angesaugt wird. Der Verdichter steigert bei verlustlos angenommener Verdichtung die Temperatur auf  $T_b$  und erhöht die Enthalpie auf  $J_b$  entsprechend der Differenz der Ordinaten der Geraden  $T_b$  und  $T_2$ . Die senkrechte Breite der in der linken Hälfte der Abbildung 1 schraffierten Flächenstreifen zwischen  $T_b$  und  $T_2$  ist also die theoretische Kompressionsarbeit  $L_{eth}$  in Abhängigkeit vom Luftverhältnis  $\lambda$ . Addiert man zu  $J_b$  den Heizwert  $H_w$ , so erhält man die Enthalpie  $J_2'$  nach der Verbrennung als zu  $J_2$  parallele Gerade, deren Schnittpunkte mit den Isothermen die Verbrennungstemperatur  $T_2'$  in Abhängigkeit vom Luftverhältnis unter Berücksichtigung der Verdichtungsarbeit liefert. Die ebenfalls verlustlos angenommene adiabate Entspannung vermindert die Enthalpie auf

$$J_2'' = J_2' \frac{T_2}{T_1} = \frac{J_2'}{\tau} \quad (6)$$

und der im linken oberen Teil der Abbildung 1 schräg schraffierte Unterschied  $J_1 - J_2$  ist die Expansionsarbeit  $L_{eth} = J_1(1 - 1/\tau)$  in Abhängigkeit vom Luftverhältnis  $\lambda$ . Legt man, wie in der Abbildung gezeigt,  $L_{nth}$  auf  $L_{eth}$ , so wird die der Differenz  $L_{eth} - L_{kth}$  gleiche theoretische Nutzarbeit  $L_{nth}$  des verlustlosen Prozesses durch einen im linken Teil der Abbildung senkrecht schraffierten Streifen konstanter Breite dargestellt, denn Nutzarbeit und Wirkungsgrad sind beim verlustlosen Gasturbinenprozeß vom Luftverhältnis und damit von der Temperatur  $T_1$  unabhängig, sondern werden allein vom Verhältnis  $T_b/T_a = \tau$  bestimmt.

Treten Verluste auf, die wir durch die Wirkungsgrade  $\eta_k$  und  $\eta_e$  von Kompressor und Expansionsturbine kennzeichnen, so erhöht sich die Verdichtungsarbeit auf  $L_k = L_{kth}/\eta_k$  entsprechend dem unteren schräg schraffierten Streifen im rechten Teil der Abbildung 1, und die Enthalpie wächst von  $J_b$  auf  $J_b'$ . Damit nimmt nach Gleichung 5 auch  $J_1$  um denselben Betrag auf  $J_1'$  zu. Von  $J_1'$  würde man bei verlustloser Entspannung die Enthalpie  $J_2' = J_1'/\tau$  erreichen, wobei die Arbeit  $L_{eth} = J_1'(1 - 1/\tau)$  gewonnen würde. Bei einem Turbinenwirkungsgrad  $\eta_e$  ist die Arbeit aber nur  $L_e = \eta_e L_{eth} = \eta_e J_1'(1 - 1/\tau)$  entsprechend dem oberen schräg

schraffierten Streifen im rechten Teil der Abbildung, die die Kompressorarbeit  $L_c$  und die Turbinenarbeit  $L_t$  darstellt.

$$L_c = \int_{p_1}^{p_2} v dp = \frac{p_2 v_2 - p_1 v_1}{\gamma - 1} = \frac{p_1 v_1}{\gamma - 1} \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - \frac{p_1 v_1}{\gamma - 1}$$

die durch die mit  $L_c$  bezeichnete Gerade dargestellt ist.

Zieht man wieder die Kompressorarbeit  $L_c$  von der Turbinenarbeit  $L_t$  ab, so erhält man die Nutzarbeit  $L_n$  als die Breite des senkrecht schraffierten Streifens im rechten Teil der Abbildung, der im Verhältnis zum Heizwert  $\dot{H}$ , zugleich als Darstellung des Wirkungsgrades

$$\eta = \frac{L_n}{\dot{H}} \quad (7)$$

angesehen werden kann. Bei Maschinen mit Verlusten ist demnach der Wirkungsgrad von der Eintrittstemperatur der Turbine und damit vom Luftverhältnis nicht unabhängig, sondern er nimmt für die der Abbildung zugrunde gelegten Zahlenwerte  $\eta_k = \eta_h = 0,7$ ,  $\tau = 500^\circ \text{K}/300^\circ \text{K}$  und  $\theta = 2000$  von seinem höchsten Wert  $\eta = 0,219$  bei  $\lambda = 1$  geradlinig ab bis auf Null ungefähr bei  $\lambda = 4,6$ .

Die graphische Darstellung ist viel durchsichtiger und anschaulicher als die entsprechende Rechnung, die, wie man unschwer ableitet, bei Annahme konstanter spez. Wärmen für den Wirkungsgrad auf die Formel

$$\eta = \eta_h \tau \left\{ 1 - \lambda \frac{T_u}{\theta} \left[ \tau^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - \frac{\eta_k}{\eta_h} \tau^{-1} (\eta_h - \tau - 1) \right] \right\} \quad (8)$$

führt, die, wie es sein muß, eine lineare Abhängigkeit von  $\lambda$  zeigt. Der Wirkungsgrad Null ergibt sich für das Luftverhältnis

$$\lambda = \frac{\theta}{T_u} \tau (1 - \eta_h) + \eta_h (1 - \eta_k) \quad (9)$$

hier reicht die Turbinenleistung gerade aus, um den Kompressor anzutreiben.

#### Das $J, \lambda$ -Diagramm bei temperaturabhängiger spezifischer Wärme

Wir wollen nun unser Diagramm der Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärmen anpassen und auch die chemische Verschiedenheit von Rauchgas und Luft berücksichtigen. Dagegen vernachlässigen wir wie bisher die Druckabhängigkeit der spezifischen Wärmen und die Dissoziation, was bei den für Gasturbinen in Frage kommenden Drücken und Temperaturen ohne merkliche Fehler zulässig ist.

Bei Luft gilt, wenn wir die Enthalpie der trockenen Luftmenge  $\varrho_{min}$  mit  $J$ , und die der Luftmenge  $\lambda \varrho_{min}$  mit  $J'$  bezeichnen, so alle Enthalpiewerte von jetzt ab nicht mehr vom absoluten Nullpunkt, sondern zum Eispunkt zu rechnen.

$$J' = \lambda J + \lambda \varrho_{min} c' \Delta t$$

Dabei ist für 1 kg eines aus:

$c$	Gewichtsteilen Kohlenstoff
$h$	Wasserstoff
$s$	Schwefel
$o$	Sauerstoff

bestehenden Brennstoffes bekanntlich:

$$\varrho_{min} = \frac{1}{0,21} \left( \frac{c}{12} + \frac{h}{4} + \frac{s}{32} + \frac{o}{32} \right) \text{ kmol/kg}$$

Für eine bestimmte Temperatur bleibt nach Gleichung (10) die Enthalpie der Luft eine lineare Funktion des Luftverhältnisses  $\lambda$ ; die Isothermen der Luft bilden also auch hier eine vom Punkte  $\lambda = 0$  der Abszissenachse abstrahlende Schar von Geraden, aber ihre senkrechten Abstände sind nicht mehr gleich groß, sondern werden mit steigender Temperatur enger, entsprechend der Zunahme der spezifischen Wärme.

Abbildung 3a zeigt in den vom Punkt  $\lambda = 0$  abstrahlenden gestrichelten Linien im unteren Teil und am rechten Rande ein  $J, \lambda$ -Diagramm der Luft mit Isothermen für einen Brennstoff ohne Schwefel und Sauerstoff mit  $c = 0,85$  und  $h = 0,15$ , wie er etwa einem mittleren Benzin oder Gasöl entspricht. Nach Gleichung (11) ist hierbei  $\varrho_{min} = 0,5157$  kmol/kg; Tabelle 1 enthält die der Abbildung 3a zugrunde gelegten Werte von  $J_{10}$  in kcal je kg Brennstoff für von  $100^{\circ}$  zu  $100^{\circ}$  fortschreitende Temperaturen.

Das Rauchgas eines Brennstoffes besteht aus

$\frac{c}{12} \frac{\text{kmol}}{\text{kg}}$	Kohlensäure
$\frac{h}{2} \frac{\text{kmol}}{\text{kg}}$	Wasserdampf
$\frac{s}{32} \frac{\text{kmol}}{\text{kg}}$	schweflige Säure
$0,79 \varrho_{min}$	Stickstoff.

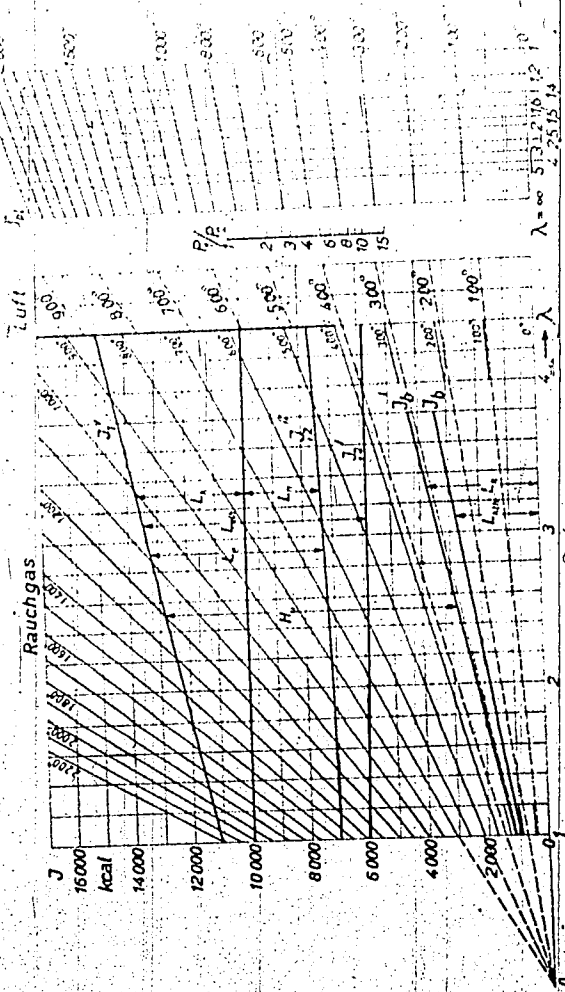


Abb. 3a  
 J, λ-Diagramm der Verbrennungsluft und des Rauchgases von 1 kg Benzin ( $c = 0,85; h = 0,15$ ) bei temperaturabhängigen spezifischen Wärmen

Abb. 3b

2, λ-Diagramm des Rauchgases von Benzin ( $c = 0,85; h = 0,15$ ) bezogen auf 1 kmol Gas bei temperaturabhängigen spezifischen Wärmen. Die Leiter links und der Ableitung stellen die spezifischen  $\lambda$  und  $P/P_0$  für die angegebenen Werte des Druckverhältnisses  $P/P_0$  dar.

$t$	$J_{ls}$	$J_{rs}$	$\mathcal{E}_{pl}$	$\mathcal{E}_{prs}$
°C	Kcal kg	Kcal kg	Kcal und kmol	Kcal und kmol
0	0	0	0	0
100	1,58	108	2,18	2,30
200	7,21	825	3,84	4,08
300	1,087	1,254	5,16	5,35
400	1,163	1,690	6,34	6,82
500	1,847	2,112	7,48	7,95
600	2,239	2,601	8,53	8,97
700	2,639	3,077	9,48	9,90
800	3,039	3,557	10,04	10,81
900	3,461	4,062	10,72	11,64
1000	3,886	4,566	11,38	12,35
1100	4,308	5,076	12,01	13,06
1200	4,731	5,592	12,60	13,72
1300	5,165	6,113	13,15	14,34
1400	5,598	6,638	13,66	14,94
1500	6,037	7,171	14,16	15,49
1600	6,477	7,708	14,62	16,02
1700	6,919	8,248	15,09	16,51
1800	7,361	8,785	15,46	16,98
1900	7,807	9,332	15,86	17,43
2000	8,258	9,883	16,26	17,89

Tab. 1

Enthalpie  $J_{ls}$  und  $J_{rs}$  der stöchiometrischen Verbrennungsluft und Rauchgasmenge von 1 kg Benzin ( $c = 0,85$ ;  $h = 0,15$ ) in kcal je kg Brennstoff.

Entropie  $\mathcal{E}_{pl}$  und  $\mathcal{E}_{prs}$  von Luft und stöchiometrischem Rauchgas in kcal je grad und kmol Luft oder Rauchgas.

Dazu kommen bei Luftüberschuß noch

$$(\lambda - 1) \mathcal{E}_{mln} \text{ Luft.}$$

Die Enthalpiewerte  $J_{rs}$  des Rauchgases bei stöchiometrischer Verbrennung muß man für eine Reihe von Temperaturen nach der Gleichung

$$J_{rs} = \frac{c}{12} J_{CO_2} + \frac{h}{2} J_{H_2O} + \frac{c}{32} J_{SO_2} + 0,79 \mathcal{E}_{mln} J_{N_2} \quad (12)$$

ausrechnen, wobei  $J_{CO_2}$ ,  $J_{H_2O}$ ,  $J_{SO_2}$  und  $J_{N_2}$  die Enthalpien je kmol der betreffenden Gase sind. Für das Rauchgas unseres Benzins



oder Gasols erhält man die Enthalpien  $J_i$  der Tabelle I. Mit ihrer Hilfe sind in Abbildung 3a die Temperaturpunkte auf der Senkrechten für  $z = 1$  eingetragen, von denen die Isothermen ausgehen. Diese selbst sind gestrichelte Linien, die man parallel zu den entsprechenden Isothermen für reine Luft der Abbildung 3a zeichnet, denn bei Luftüberschuß kommt zu dem Rauchgas der stöchiometrischen Verbrennung nur die Menge  $(z - 1) \mathcal{M}_L$  reiner Luft hinzu, und die Enthalpie  $J_i$  des Rauchgases bei Luftüberschuß ist für jede Temperatur wieder eine lineare Funktion von  $z$  nach der Gleichung

$$J_r = J_i + (z - 1) J_{iL} \quad (13)$$

Natürlich überdecken die Isothermen der Luft wie des Rauchgases das ganze Bildfeld. Da man die ersteren aber nur unterhalb 400°, die letzteren nur oberhalb dieser Temperatur braucht, ist in der Abbildung 3a unten die Isothermenschar der Luft (gestrichelte Geraden), oben die des Rauchgases (ausgezogene Geraden) eingetragen.

Der große, die Konstruktion des  $J, z$ -Diagramms für verschiedene Brennstoffe erleichternde Vorteil, der Geradlinigkeit der Isothermen bleibt auch bei temperaturabhängigen spezifischen Wärmen bestehen. Nur schneiden die Isothermen die Senkrechten gleicher Luftverhältnisse nicht mehr in gleichen Abständen, und sie gehen beim Rauchgas auch nicht mehr durch einen Punkt.

Bei temperaturabhängigen spezifischen Wärmen verliert aber die einfache Gleichung (4), die die Temperaturverhältnisse mit den Druckverhältnissen verknüpft, ihre Gültigkeit, und wir müssen die Endtemperatur einer durch die Anfangstemperatur und das Druckverhältnis gegebenen adiabaten Zustandsänderung auf folgende Weise ermitteln:

Ein vollkommenes Gas, d. h. ein Gas, das der Zustandsgleichung  $P\mathcal{V} = \mathcal{R}T$  gehorcht<sup>1)</sup>, aber dessen spezifische Wärme noch von der Temperatur abhängig ist, erfährt bei einer kleinen umkehrbaren Zustandsänderung die kleine Entropieänderung

$$d\mathcal{E} = \frac{c_p dT}{T} - \mathcal{R} \frac{dP}{P} \quad (14)$$

oder integriert für eine endliche Veränderung

$$\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 = \int_2^1 c_p \frac{dT}{T} - \mathcal{R} \ln \frac{P_1}{P_2} \quad (14a)$$

<sup>1)</sup> Große deutsche Buchstaben bedeuten bei Zustandsgrößen, daß diese auf 1 kmol bezogen sind.

Die Entropie setzt sich also zusammen aus einem nur von der Temperatur abhängigen Teil

der die Änderung

$$\mathcal{E}_p = \int \mathcal{E}_T \frac{dT}{T} \quad (14)$$

erfährt und einem nur vom Druck abhängigen Teil

$$\mathcal{R} \ln P. \quad (15)$$

der sich um

$$\mathcal{R} \ln \frac{P_1}{P_2} \quad (16a)$$

ändert. Die Funktion  $\mathcal{E}_p$  sei kurz als Entropiefunktion bezeichnet, dabei ist der Index  $p$  gewählt, weil sie nach Gleichung (14) die Entropieänderung eines Gases bei konstantem Druck darstellt.

Bei einer adiabaten oder isentropischen Zustandsänderung ist in Gleichung (14a) die Entropieänderung  $\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 = 0$  und also in Verbindung mit Gleichung (15) und (16a)

$$\mathcal{E}_p - \mathcal{E}_p = \mathcal{R} \ln \frac{P_1}{P_2}. \quad (17)$$

Ist nun  $\mathcal{E}_p$  als Funktion von  $t$  bekannt, so kann damit zu jeder gegebenen Druckänderung die Temperaturänderung leicht ausgerechnet werden. Für die Verdichtung reiner Luft vom Drucke  $p_a$  auf den Druck  $p_b$  gilt z. B.

$$\mathcal{E}_{rla} - \mathcal{E}_{rlb} = \mathcal{R} \ln \frac{p_a}{p_b}, \quad (17a)$$

wenn  $\mathcal{E}_{rl}$  die Entropiefunktion der reinen Luft ist. Für die Entspannung von Rauchgas vom Drucke  $p_1$  auf  $p_2$  gilt

$$\mathcal{E}_{pr1} - \mathcal{E}_{pr2} = \mathcal{R} \ln \frac{p_1}{p_2},$$

wenn  $\mathcal{E}_{pr}$  die Entropiefunktion des Rauchgases ist. Diese kann geschrieben werden

$$\mathcal{E}_{pr} = \mathcal{E}_{rl} + \frac{\mu}{\lambda + \mu - 1} (\mathcal{E}_{prs} - \mathcal{E}_{rl}), \quad (18)$$

wenn  $z$  die Entropiefunktion des stöchiometrischen Rauchgases und  $\nu$  das Verhältnis der Molzahlen des stöchiometrischen Rauchgases und der Mischluftmenge  $\lambda$  ist. Für Benzol mit  $\nu = 0,33$  und  $h = 0,15$  wird

$$\left| \frac{d}{dz} \ln \frac{P_1}{P_2} \right|_{z=0} = 1,0727. \quad (13a)$$

In Abbildung 3b ist die Beziehung (13) für Benzol graphisch dargestellt. Dabei ist am linken Rande des Feldes  $\xi_{gr}$  entsprechend  $z = \infty$  und am rechten Rande  $\xi_{gr}$  entsprechend  $z = 1$  in Abhängigkeit von  $t$  als Leiter aufgetragen. Gleiche Temperaturen beider Leiter sind durch gerade Isothermen verbunden, die von der Schar der mit den Luftverhältnissen  $\lambda$  bezeichneten Senkrechten jeweils die Leiter der Entropiefunktion  $\xi_{gr}$  des Rauchgases abschneiden, das bei der Verbrennung mit dem Luftverhältnis  $\lambda$  entsteht. Die benutzten Zahlenwerte von  $\xi_{gr}$  und  $\xi_{grs}$  sind in Tabelle 1 enthalten.

Links neben Abbildung 3b ist eine Leiter gezeichnet, die  $\mathcal{R} \ln P_1/P_2 = 1,986 \ln P_1/P_2$  als Strecke für die angeschriebenen Werte von  $P_1/P_2$  darstellt. Um die zu einem bestimmten Druckverhältnis  $P_1/P_2$  gehörende adiabate Temperaturänderung zu finden, greift man  $\mathcal{R} \ln P_1/P_2$  auf der Leiter ab, trägt diese Strecke von der gegebenen Anfangstemperatur an auf der zu dem gegebenen Luftverhältnis  $\lambda$  gehörenden Senkrechten der Entropietafel Abbildung 3b ab und entnimmt dem Isothermenfelde dieser Abbildung die Endtemperatur des Vorganges. Diese Endtemperatur überträgt man dann in das Isothermenfeld des  $J, \lambda$ -Diagramms des Rauchgases auf der gleichen Senkrechten für  $\lambda$ , auf der auch die Anfangstemperatur anzugeben ist. Der senkrechte Abstand dieser beiden Punkte ist dann die gewonnene adiabate Expansionsarbeit  $J_1 - J_2$ .

Um die Möglichkeiten der Anwendung des  $J, \lambda$ -Diagramms zu zeigen, ist in Abbildung 3a als Beispiel ein Gasturbinenprozeß eingetragen, bei dem Luft von  $0^\circ \text{C}$  und 1 at auf 10 at bei einem Wirkungsgrad der Kompression von  $\eta_c = 0,80$  verdichtet und dann mit einem Brennstoff vom Heizwert  $H_u = 10000 \text{ kcal/kg}$  verbrannt wird. Das heiße Druckgas wird in einer Gasturbine mit  $\eta_e = 0,80$  wieder auf 1 at entspannt. Gesucht sind die Temperaturen, Arbeiten und Wirkungsgrade des Prozesses in Abhängigkeit vom Luftverhältnis  $\lambda$  der Verbrennung.

Die Endtemperatur der verlustlosen adiabaten Kompression der Luft wird erhalten, indem man auf der Leiter für  $\mathcal{R} \ln P_1/P_2$  den dem Druckverhältnis  $P_1/P_2 = 10$  entsprechenden Abstand der Punkte 1 und 10 abgreift und auf der linken Randleiter der Abbildung 3b von der gegebenen Anfangstemperatur von  $0^\circ \text{C}$  an nach oben aufträgt. Der so gefundene Punkt liefert in dem Felde der Isothermen die Endtemperatur von

219 C. In der gestrichelten Isothermencharakteristik der Abbildung 3a stellt dann die Isotherme dieser Temperatur zugleich die theoretische Kompressionsarbeit  $L_{th}$  und die Enthalpie  $J$  in Abhängigkeit vom Luftverhältnis  $\lambda$  dar, sie ist als kräftige Gerade eingetragen und mit  $J_1$  bezeichnet. Die wirkliche Kompressionsarbeit  $L_k = L_{th} \eta_c$  und die zugehörige Enthalpie  $J_k$  erhält man durch Vergrößern der Ordinaten von  $L_{th}$  im Verhältnis  $1/\eta_c$  als Gerade  $J_k$  entsprechend einer Temperatur von 310 C.

Trägt man von  $J_k$  nach oben den Heizwert  $H_u$  auf, so ergibt die dazu parallele Gerade  $J_1'$  die Enthalpie des Gases nach der Verbrennung. Die Schnittpunkte von  $J_1'$  mit den Isothermen des Rauchgases liefern die Verbrennungstemperatur als Funktion des Luftverhältnisses  $\lambda$ . Um die Zustandsänderung in der Turbine zu überschauen, muß man zunächst die Endtemperatur der adiabaten Entspannung ermitteln. Dazu sucht man für das gegebene Luftverhältnis den der Verbrennungstemperatur entsprechenden Punkt im Entropiediagramm der Abbildung 3b und trägt von ihm die für das gegebene Druckverhältnis der Entspannung aus der Leiter für  $\ln P_1/P_2$  entnommene Strecke nach unten ab. Der gefundene Punkt ergibt die gesuchte Endtemperatur der adiabaten Entspannung, die man nun ins  $J, \lambda$ -Diagramm des Rauchgases überträgt. Führt man dies für einige Werte von  $\lambda$  durch, so erhält man die Linie  $J_2$ , sie ist keine Gerade mehr, aber so schwach gekrümmt, daß wenige Punkte genügen, um ihren ganzen Verlauf festzulegen. Der senkrechte Abstand der Linien  $J_1$  und  $J_2$  ist dann die theoretische Entspannungsarbeit  $L_{ent}$ . Verkleinert man diesen Abstand im Verhältnis  $\eta_e$ , so erhält man die Kurve  $J_2''$  und damit die wirkliche Entspannungsarbeit  $L_k$ . Um die Nutzarbeit zu ermitteln, muß man von der Entspannungsarbeit die Kompressionsarbeit abziehen; dazu trägt man  $L_k$  von  $J_1'$  aus nach unten ab und erhält die dem Heizwert  $H_u$  entsprechende waagerechte Gerade. Der senkrechte Abstand zwischen dieser Geraden und der Kurve  $J_2''$  ist dann die Nutzarbeit  $L_n$ , und das Verhältnis  $L_n/H_u$  ist der Wirkungsgrad des Prozesses. Der Schnittpunkt der Linie  $J_2''$  mit den Rauchgasisothermen liefert die Temperatur der Gase beim Austritt aus der Turbine. Damit sind alle wesentlichen Fragen des Gasturbinenprozesses ohne Wärmetauscher beantwortet.

Aber auch die durch Vorwärmung der verdichteten Luft mittels der Abgase erzielbare Wirkungsgradsteigerung kann man leicht überschauen. In einem vollkommenen Wärmetauscher läßt sich nämlich gerade die dem senkrechten Abstand der Linien  $J_2''$  und  $J_b'$  entsprechende Wärmemenge zurückgewinnen. Dieser Betrag braucht dann nicht mehr durch den Brennstoff gedeckt zu werden, und der Wirkungsgrad ist das Ver-

Verfahren (Schmidt) (S. 12) (Das. Com. 1911) (1912)

Verhältnis der Nutzleistung  $L$  zum senkrechten Abstand der Linien  $J_1$  und  $J_2$ . Bei einem unvollkommenen Wärmetauscher tritt an Stelle von  $L$  eine Linie, die im Isothermenfeld, um das Temperaturgefälle im Wärmetauscher tiefer liegt.

Das  $I_z$ -Diagramm ist hier für einen Kohlenwasserstoff mittlerer Zusammensetzung gezeichnet, es läßt sich für andere Brennstoffe leicht mit Hilfe der Entalpie- und Entropietabellen der Gase aufstellen. Seine Anwendung beschränkt sich nicht auf Gasturbinenprozesse, sondern bietet auch bei anderen Verbrennungsvorgängen Vorteile. Bei hohen Temperaturen muß man dann aber die Dissoziation berücksichtigen.

Der Deutschen Akademie der Luftfahrtforschung  
vorgelesen am 1. Dezember 1932

Prandtl: Ich danke Herrn Schmidt für diese Mitteilung, die den Entleuten sehr eine große Hilfe sein wird für ihre Überlegungen.

Reitz: Ich habe eine Frage: Wie verhält sich eine derartige Gasturbine bei wechselnder Belastung? An sich besteht bei der gezielten Anordnung die Möglichkeit, sich durch Druckänderungen der jeweiligen Belastung anzupassen. Aber Belastungsänderungen können ja auch einmal so stark sein, daß die Druckänderungen nicht schnell genug folgen können. Was macht die Turbine dann? Reißt die Strömung ganz ab oder verträgt sie solche Änderungen?

Ackeret: Bei der offenen Gasturbine wird nur mit Hilfe der Temperatur, d. h. durch Änderung der Brennstoffmenge geregelt. Bei geschlossenem Luftkreislauf muß außer der Steigerung der Wärmezufuhr in der Feuerung der Druck des umlaufenden Arbeitsmittels durch Zufuhr oder Entnahme von Luft geändert werden, was etwas mehr Zeit erfordert. Die für Belastungssteigerungen nötige Druckluft wird dabei einem Speicherbehälter entnommen und unmittelbar hinter dem Kompressor, also vor dem Wärmeaustauscher eingeführt. Dabei erleichtert die in den Rohren des Wärmeaustauschers gespeicherte Wärme die Aufnahme der erhöhten Belastung. Bei Entlastung kann man entsprechende Luft herauslassen. Noch rascher gelingt der Übergang auf kleinere Leistung, wenn man eine Kompressorstufe durch Kurzschließen vorübergehend ausschaltet. Dadurch sinkt der Wirkungsgrad der Verdichtung und in noch höherem Grade die Nutzleistung des Maschinensatzes, da diese aus der Differenz von Turbine und Verdichterleistung besteht. Auf solche Weise, also durch Luftnachdrücken vor dem Wärmeaustauscher und durch Kurzschließen von Kompressorstufen lassen sich kurzzeitige Belastungsänderungen überraschend schnell ausgleichen. Wir waren selbst erstahmt, daß es so gut geht, denn wir hatten gefürchtet, daß die Maschine bei schnellen Lastschwankungen nicht mitkam.

Darf ich noch eine Bemerkung zu den Ausführungen von Herrn Schmidt machen? Ich bin sehr froh über sein neues Diagramm, denn wenn man viel mit der Berechnung von Gasturbineprozessen zu tun hat, ist man für jede Erleichterung sehr dankbar.

Weiter möchte ich noch folgendes nachholen, was ich vorher vergessen habe: Man kann beim geschlossenen Gasturbineprozeß auch mit anderen Gasen als Luft arbeiten, wobei sich interessante Möglichkeiten ergeben. Wasserstoff als Arbeitsgas ist unbequem wegen seiner Feuergefährlichkeit, aber Helium könnte in Frage kommen.

E. Schmidt: Ich würde zunächst daran denken, gerade schwere Gase zu verwenden, da dann die Abmessungen der Strömungsmaschinen kleiner werden. Bei Wasserstoff hat man dagegen den Vorteil des großen Wärmeleitvermögens, was für die Wärmeaustauscher von Vorteil ist.

Ackeret: Wir haben auch an schwere Gase gedacht, wie sie in der Kältetechnik benutzt werden. Aber dabei hat man den Nachteil der kleinen Schallgeschwindigkeit. Man nähert sich daher mit der Umfangsgeschwindigkeit bald der Machschen Zahl 1 und kann die Verdichter nicht so schnell laufen lassen, wie es die Festigkeit des Werkstoffs gestatten würde. Bei leichten Gasen mit hoher Schallgeschwindigkeit kann man dagegen (den bei Luft noch nicht voll ausgenutzten) Verdichter bis an die Grenze seiner Festigkeit ausfahren. Dabei bleibt die Stufenzahl ungeändert, da diese nur von der Machschen Zahl abhängt. Die Turbine dagegen ist auch bei Luft schon am Ende ihrer Festigkeit, und man kann sie nicht schneller laufen lassen.

Prandtl: Ich glaube, wir dürfen damit die Diskussion schließen und möchten Herrn Ackeret und Herrn Schmidt noch für ihre Vorträge unseren besten Dank sagen.